*Летнее задание по математике*

***Вычисления и преобразования***

*Вычислите удобным способом*

1. 2379∙23782378 – 2378∙23792379;
2. 
3. 
4. Упростите:
5. 
6. 
7. 
8.  и вычислите значение выражения при *х*=, .
9. Найдите неизвестный член пропорции: 
10. Упростите выражение и найдите его значение при .
11. Даны числа А =  и В = . Найдите расстояние между точками, которые соответствуют числу, противоположному числу А, и числу, обратному числу В.
12. Пусть а + = 5. Найдите*: а2 + а3*++ +.
13. Пусть . Найдите, чему равна величина: .
14. Найдите наибольшее значение выражения .

***Уравнения***

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 49(*х* – 1)2 + 14(*х* – 1) + 1 = 0
9. и укажите меньший из корней данного уравнения.
10. (*х* – 2)3 – *х*(1-2*х*)2 + (3*х*+1)(9*х*2 – 3*х* +1) = 24*х*3 – 2*х*2.
11. Найти значения  и , при которых донное равенство является верным для всех  .
12. При каком *а* уравнение  имеет бесконечно много решений?
13. Дано уравнение: . Найдите все те значения параметра *а*, при каждом из которых данное уравнение: А) не имеет корней; Б) имеет ровно один корень; В) имеет более одного корня.

***Функция***

1. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой  и пересекается с графиком функции  в точке, лежащей на оси ординат.
2. При каких  и  график функции  проходит через точки с координатами (-2;2) и (-4;-2)? Постройте этот график функции.
3. На координатной плоскости заданы точки А(8;3), В(8;-5). Найдите координаты точек С и D, если известно, что АВСD – квадрат.
4. Постройте треугольник, ограниченный прямыми а)и осью *ОУ*.

б) При каких значениях прямая имеет с треугольником хотя бы одну общую точку?

***Текстовые задачи***

1. Оксана делает некоторую работу за 7 часов, Марина за 6 часа, а Борис Викторович за 3 часа. После того, как Оксана сделала половину все работы, к ней присоединились Марина и Борис Викторович. За какое время была сделана вся работа и какую ее часть сделала Марина?
2. Путь от города до поселка автомобиль проезжает за 2,5 ч .Если он увеличит скорость на 20 км/ч, то за 2 часа он проедет путь на 15 км больший, чем расстояние от города до поселка. Найдите это расстояние.
3. Найдите положительное число, если 27% от него равны 90% от его квадрата.
4. От станции к посёлку, удаленному на 104 км, отправились одновременно мотоциклист и автомобилист. Скорость автомобиля на 30 км/ч больше скорости мотоцикла. Прибыв в посёлок, автомобиль сразу повернул обратно и встретил мотоциклиста через 1 ч 36 мин после его выезда со станции. На каком расстоянии от станции произошла встреча?
5. Найдите положительное число, если 45% от него составляют столько же, сколько составляют 20% от числа, ему обратного.
6. Бассейн заполняется водой, поступающей из двух труб. Первая труба может наполнить бассейн за 12 часов, а вторая – за 20ч. После двух часов работы одной первой трубы была включена вторая труба. Сколько времени ушло на заполнение всего бассейна, и какую часть бассейна заполнила первая труба?
7. В двух магазинах были одинаковые цены на некоторый товар. В первом магазине цены на этот товар уменьшили на 20 %, а потом еще на 20 %, а во втором магазине цены снизили на 40 %. Найдите отношение цены товара в первом магазине к цене товара во втором магазине после всех снижений.
8. Петя вышел из школы и пошёл по направлению к дому со скоростью 4 км/ч. Одновременно с ним от дома к школе выехал на мопеде его брат Серёжа со скоростью 42 км/ч. Встретив по дороге Петю, Серёжа доехал до школы, мгновенно развернулся и поехал к дому. Таким образом Серёжа ездил между домом и школой до тех пор, пока Петя не пришёл домой. Сколько раз братья встретятся, пока Петя идёт от школы до дома, если расстояние между зданиями 2,8 км.
9. Имеется два сплава, массы которых отличаются на 54 килограмма. Первый сплав содержит 10% олова, второй – 30% олова. Из этих двух сплавов получили третий сплав, который содержит 18,2% олова. Найдите массу более легкого сплава.
10. Таня и Люба красят забор за 12 часов, Таня и Катя выкрасят этот же забор за 20 часов, а Люба и Катя – за 15 часов. За работу всем трем девочкам заплатили 1800 рублей. Сколько денег должна получить каждая девочка?
11. Известно, что среди трех следующих утверждений есть верное: А) за 4 одинаковых фломастера заплатили 15 р. 86 к.; Б) за 6 таких же фломастеров заплатили 14 р. 58 к.; В) за 8 таких фломастеров заплатили 18 р. 68 к. Какое наибольшее число таких фломастеров можно купить, имея 50 рублей?

***Геометрия***

1. В равнобедренном треугольнике биссектриса угла при основании делит медиану, проведенную из другого угла при основании, пополам. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 20 см.
2. Один из углов равнобедренного треугольника равен 24°. Найдите острый угол между двумя биссектрисами, исходящими из углов при основании треугольника.
3. Углы равнобедренного треугольника относятся друг к другу как 5 : 2. Найдите угол между прямыми, содержащими высоты треугольника, проведенные из вершин неравных углов.
4. Дан треугольник АВС с углами 30°, 70° и 80° соответственно. Внутри треугольника взята точка О, такая, что треугольники АОВ, АОС и ВОС являются равнобедренными с общей вершиной О. Найдите углы этих равнобедренных треугольников.
5. Углы АВС и СВD – смежные, при чем первый из них в 4 раза больше второго. Определите величину угла между перпендикуляром, проведенным из точки В к прямой ВС, и биссектрисой угла СВD.
6. В прямоугольном треугольнике АВС угол В=90˚, угол С=30˚, ВС =18 см. Найдите длины отрезков на которые биссектриса АD делит катет ВС.
7. В равнобедренном треугольнике один из углов равен 1200, а высота проведенная к боковой стороне, равна 17 см. Найдите основание треугольника.
8. В треугольнике АВС АВ = ВС, точка Т – середина стороны АВ, точка Н – середина стороны ВС, отрезок ТР перпендикулярен к стороне АВ, отрезок КН перпендикулярен к стороне ВС (точки Р и К лежат на стороне АС), АВС = 1200, АС= 21 см. Найдите длину отрезка РК.

***Олимпиадные задачи***

1. Найти частное двух чисел, если оно в два раза меньше одного из них и в шесть раз больше другого.
2. Часы показывают час дня. Найти ближайший момент времени, когда часовая и минутная стрелки совпадут.
3. Квадрат числа состоит из цифр 0; 2; 3; 5. Найти его.
4. Найдите двузначное число, зная, что число его единиц на 2 больше числа десятков, а произведение искомого числа на сумму его цифр равно 280.
5. В классе 35 учеников. Можно ли утверждать, что среди них найдутся хотя бы два ученика, фамилии которых начинаются с одной буквы?
6. Прямоугольник разделен двум отрезками на четыре прямоугольника, площади трех из которых 2см2, 4см2, 6см2 (см. рис.). Найти площадь прямоугольника

2 4

6

6

1. Существуют ли такие натуральные а и в, что ?
2. Может ли выражение  (z – целое число) быть целым числом?
3. Докажите, что сумма квадратов трех последовательных целых чисел при делении на 3 дает остаток 2.
4. Может ли одна из биссектрис треугольника делить другую биссектрису пополам?
5. Существуют ли такие значения  и , при которых многочлены  и  одновременно принимали бы отрицательные значения?
6. . Сколько клеток пересекает диагональ в клетчатом прямоугольнике размером 
7. Доказать, что сумма длин диагоналей выпуклого четырехугольника больше, чем половина периметра этого четырехугольника.
8. Петя и Миша играют в такую игру. Петя берет в каждую руку по монетке: в одну 10 копеек, а в другую — 15. После этого содержимое левой руки он умножает на 4, 10, 12 или 26, а содержимое правой руки — на 7, 13, 21 или 35. Затем Петя складывает эти два числа и называет Мише результат. Сможет ли Миша определить, в какой руке у Пети находится десятикопеечная монета?
9. Имеется 9 одинаковых с виду монет. Какая-то из монет фальшивая, она легче настоящей. Одна монета (неизвестно — фальшивая или настоящая) прилипла к одной из чаш чашечных весов без гирь. Отдирать её некогда. Как за два взвешивания найти фальшивую монету?
10. Радиоуправляемая игрушка выезжает из некоторой точки. Она движется по прямой, а по команде может поворачивать налево ровно на 17° (относительно прежнего направления движения). Какое наименьшее число команд необходимо, чтобы игрушка вновь прошла через точку старта?
11. На чаепитие собрались 25 ребят. Каждый принёс по 2 пирожных. Все пирожные разложили на 25 тарелок (по 2 на тарелку). Докажите, что, как бы ни были размещены пирожные, можно так раздать тарелки ребятам, что каждому достанется хотя бы одно пирожное, которое он сам принёс.
12. В каждой из *n* стран правит либо партия правых, либо партия левых. Каждый год в одной из стран может поменяться власть. Это может произойти в том случае, если в большинстве граничащих с этой страной стран правит не та партия, которая правит в этой стране. Докажите, что смены правительств не могут продолжаться бесконечно.