



# ЗАДАЧИ МЕЖДУНАРОДНОГО КОНКУРСА «Кенгуру»

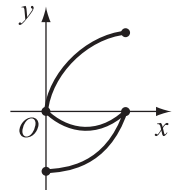


~~2005~~

9 – 10 классы

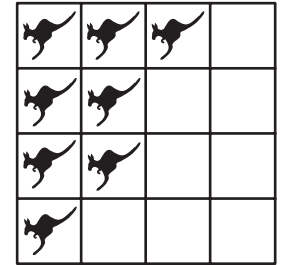
### Задачи, оцениваемые в 3 балла

24. Гусеница выползла из домика в полдень и ползет по лугу, поворачивая через каждый час на  $90^\circ$  направо или налево. За первый час она проползла 1 м, за второй – 2 м, и т.д. На каком наименьшем расстоянии от домика она могла оказаться в 10 часов вечера?  
(A) 0 м (B) 1 м (C) 2 м (D)  $\sqrt{5}$  м (E)  $\sqrt{61}$  м
25. По определению,  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ . Какой сомножитель нужно вычеркнуть из произведения  $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot \dots \cdot 100!$ , чтобы оставшееся произведение стало квадратом некоторого натурального числа?  
(A) 13! (B) 42! (C) 47! (D) 50! (E) это невозможно
26. Каждая парабола  $y = ax^2 + bx + c$  разбивает плоскость на две части. Если две точки попадают в разные части, то будем говорить, что парабола разделяет эти точки. Какие две точки не могут быть разделены никакой параболой вида  $y = ax^2 + x$ ,  $a > 0$ ?  
(A)  $(-1; 1)$  и  $(1; -1)$  (B)  $(-1; 0)$  и  $(1; 0)$  (C)  $(-8; 0)$  и  $(-1; 0)$   
(D)  $(3; 0)$  и  $(5; 0)$  (E) все пары A – D могут быть разделены
27. На белой клетчатой доске  $10 \times 10$  Вася закрасил 10 клеток синим цветом, а несколько других клеток – красным цветом. Оказалось, что никакие две клетки красного и синего цвета не имеют общей стороны. Какое наибольшее число клеток могли остаться незакрашенными?  
(A) 10 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 3
28. Про набор чисел  $a + 2$ ,  $-\frac{2}{a}$ , 6,  $a^2$  известно, что два из этих чисел равны, а еще одно ровно вдвое больше их. Тогда  
(A)  $a + 2 = -\frac{2}{a}$  (B)  $-\frac{2}{a} = 6$  (C)  $-\frac{2}{a} = a^2$   
(D)  $a^2 = a + 2$  (E) это невозможно
29. На картинке изображены графики функций  $f(x)$ ,  $g(x)$  и еще одной. Какой?  
(A)  $f(x) + g(x)$  (B)  $f(x) - g(x)$  (C)  $f(x) \cdot g(x)$   
(D)  $\frac{f(x)}{g(x)}$  (E)  $-f(x) \cdot g(x)$
30. Найдите тупой угол треугольника, в котором центры вписанной и описанной окружностей симметричны относительно некоторой стороны этого треугольника.  
(A)  $100^\circ$  (B)  $108^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $136^\circ$  (E)  $150^\circ$

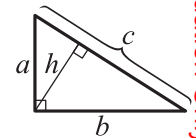


Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

1. Сначала восемь кенгуру сидели так, как показано на рисунке. Потом некоторые из них перепрыгнули на свободные квадратики так, что в каждой строке и каждом столбце оказалось ровно по два кенгуру. Какое наибольшее количество кенгуру при этом могли остаться на своих местах?  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



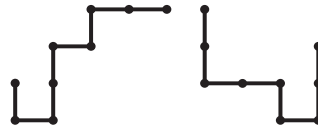
2.  $\sqrt[3]{x\sqrt{x}}$  равно  
(A)  $x^{\frac{2}{3}}$  (B)  $x^{\frac{1}{6}}$  (C)  $x^{\frac{1}{3}}$  (D)  $x^{\frac{1}{2}}$  (E)  $x^{\frac{5}{6}}$
3. В концерте участвовали 4 солиста, 3 дуэта, 2 трио и 1 квартет. Сколько музыкантов участвовали в концерте?  
(A) 10 (B) 16 (C) 20 (D) 24 (E) 30
4. В прямоугольном треугольнике с катетами  $a$  и  $b$  на гипотенузу  $c$  опущена высота  $h$ . Какое соотношение обязательно верно?  
(A)  $ab = h^2$  (B)  $a + b = c + h$  (C)  $bh = ac$   
(D)  $ch = ab$  (E) ни одно из указанных
5. Сотрудники фирмы «Бурундук» уходят в отпуск на целый месяц, если этот месяц начинается и кончается одним и тем же днем недели. Сколько месяцев будут отдыхать сотрудники фирмы с 1 января 2005 года по 31 декабря 2015 года?  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 11 (E) 132
6. Какое из следующих чисел является кубом натурального числа?  
(A)  $6,4 \cdot 10^{11}$  (B)  $6,4 \cdot 10^{13}$  (C)  $6,4 \cdot 10^{14}$  (D)  $6,4 \cdot 10^{15}$  (E)  $6,4 \cdot 10^{18}$
7. С полуночи до полудня Ученый Кот рассказывает сказки, а с полудня до полуночи – спит под дубом. На дубе том висит плакат: «Два часа назад Кот делал то же самое, что будет делать через час». В какой из указанных моментов времени надпись на плакате верна?  
(A) 1 : 30 (B) 23 : 30 (C) 0 : 30 (D) 22 : 30 (E) 13 : 30



8. Пусть  $x > 1$  и  $0 < y < 1$ . Какое из следующих чисел самое маленькое?

- (A)  $xy$  (B)  $\frac{x}{y}$  (C)  $\frac{y}{x}$  (D)  $\frac{x^2}{y^2}$  (E)  $\frac{y^2}{x^2}$

9. Каждый из двух согнутых кусков проволоки состоит из 8 участков длины 1. Один из кусков наложили на другой так, что они частично совпали. Какова наибольшая возможная длина их общей части?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. Пусть  $A = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$ ,  $B = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$ . Какой из вариантов возможен?

- (A)  $A = 1, B = \frac{3}{2}$  (B)  $A = \frac{3}{4}, B = \frac{5}{4}$  (C)  $A = \frac{3}{2}, B = \frac{4}{3}$   
 (D)  $A = 2, B = 2$  (E) никакой из перечисленных

**Задачи, оцениваемые в 4 балла**

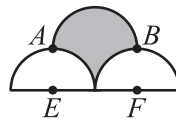
11. Если  $x$  – квадрат натурального числа, то следующий квадрат натурального числа – это

- (A)  $x + 1$  (B)  $x^2 + 1$  (C)  $x^2 + 2x + 1$  (D)  $x^2 + x$  (E)  $x + 2\sqrt{x} + 1$

12. Жан-Кристоф продолжает изучать русский язык. Он выписывает подряд натуральные числа словами до тех пор, пока не напишет первое число, в записи которого участвуют все буквы слова «число». Чему равна сумма цифр числа, на котором Жан-Кристоф остановится?

- (A) 5 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 30

13. На рисунке изображены три полуокружности радиуса 2. Точки  $A$  и  $B$  расположены в точности над центрами  $E$  и  $F$  двух нижних полуокружностей. Чему равна площадь закрашенной области?

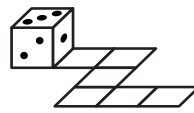


- (A)  $2\pi$  (B) 7 (C)  $2\pi + 1$  (D) 8 (E)  $2\pi + 2$

14. Числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $4 \leq a \leq 6$ ,  $1 \leq b \leq 2$ . Какое из следующих чисел обязательно меньше 9?

- (A)  $2a - 3b$  (B)  $a + 2b$  (C)  $3a - b$  (D)  $8b - 2a$  (E)  $13b - a$

15. Игральный кубик, сумма очков на противоположных гранях которого равна 7, прокатили по клетчатой дорожке. Начальное положение кубика и дорожка изображены на рисунке. Сколько очков оказалось на верхней грани кубика в конце пути?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

16. Если многоугольник (возможно, невыпуклый) составлен из 8 одинаковых правильных треугольников, то он не может быть

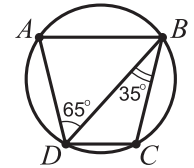
- (A) семиугольником (B) шестиугольником (C) трапецией  
 (D) ромбом (E) треугольником

17. Пусть  $p$  – наименьшее простое число, которое равно сумме трех различных простых чисел:  $p = p_1 + p_2 + p_3$ . Тогда произведение  $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$  равно

- (A) 30 (B) 165 (C) 105 (D) 231 (E) 385

18. Трапеция  $ABCD$  с основанием  $AB$  вписана в окружность. Угол  $ADB$  равен  $65^\circ$ , а угол  $DBC$  равен  $35^\circ$ . Тогда угол  $A$  равен

- (A)  $70^\circ$  (B)  $75^\circ$  (C)  $80^\circ$  (D)  $105^\circ$   
 (E) невозможно определить



19. Имеется набор гирь, в котором самая тяжелая гиря в 5 раз тяжелее среднего веса всех гирь. Чему не может равняться количество гирь в наборе?

- (A) 15 (B) 11 (C) 8 (D) 6 (E) 4

20. Каждая пара вершин куба соединена отрезком. Сколько различных середин у всех этих отрезков?

- (A) 8 (B) 12 (C) 18 (D) 19 (E) 28

**Задачи, оцениваемые в 5 баллов**

21. Пусть  $S$  – площадь поверхности Земли, а  $S_0$  – площадь той ее части, точки которой ближе к Петербургу, чем к центру Земли. Тогда

- (A)  $\frac{S_0}{S} > \frac{1}{2}$  (B)  $\frac{S_0}{S} = \frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{3} < \frac{S_0}{S} < \frac{1}{2}$   
 (D)  $\frac{S_0}{S} = \frac{1}{3}$  (E)  $\frac{S_0}{S} < \frac{1}{3}$

22. Сколько существует треугольников, у которых одна из сторон равна 3 см, другая – 4 см, а один из углов равен  $10^\circ$ ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. На чертеже справа показана зависимость  $y - x$  от  $y + x$ . На каком из графиков (A) – (E) изображена зависимость  $y$  от  $x$ ?

