МБОУ гимназия им. Н.Г. Басова при ВГУ

Математический кружок

Задачи

для 5 класса

Составитель:

И.А. Каминская

***1 занятие***

1.1. Света, Марина, Андрей, Кирилл и Юра держат домашних животных. У каждого либо кошка, либо собака, либо попугай. Девочки не держат собак, а мальчики попугаев. У Светы нет кошки. У Светы и Марины разные животные. У Марины и Андрея – одинаковые. У Андрея и Кирилла – разные. У Кирилла и Юры – одинаковые. Какие животные у каждого из них?

1.2 Решите ребус .

1.3. Паша задумал число. Прибавил к нему три. Умножил на два. Вычел пять. Разделил на три. Получил пять. Какое число он задумал?

1.4. У почтальона несколько коробок, в каждой из которых ровно 100 конвертов. Чтобы отсчитать 10 конвертов почтальону требуется 10 секунд. За какое наименьшее время он отсчитает 70 конвертов?

1.5. Покажите, как разрезать изображенный на рисунке прямоугольник с «дыркой» на пять различных фигур, состоящих из одинакового количества клеток.

1,4

***2 занятие***

2.1. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 32. Чему равно уменьшаемое?

2.2. Среди трех одинаковых по виду монет одна фальшивая. Настоящие монеты весят одинаково, фальшивая монета легче. Как за одно взвешивание на чашечных весах без гирь найти фальшивую монету?

2.3. Докажите, что из трех натуральных чисел всегда можно найти два, сумма которых делится на 2

**2,5** 2.4. Было 8 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на четыре части. Всего стало 20 листов. Сколько листов бумаги разрезали?

2.5. Разделите фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части, чтобы в каждой части был ровно один кружок (нарисовать крупный рисунок).

2.6. В зоопарке живут птицы и звери. У птиц две ноги, у зверей 4. Всего в зоопарке 30 голов и 100 ног. Сколько птиц живет в зоопарке?

***3 занятие***

3.1. Кирилл пошел с братом в тир. Уговор был такой: Кирилл делает 9 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать ещё 6 выстрела. Всего он сделал 99 выстрелов. Сколько раз Кирилл попал в цель?

3.2. Разрежьте данную фигуру по сторонам клеток так, чтобы все части были одинакового размера и формы.

3,3 усл3.3 Можно ли из таблицы выбрать 5 чисел, так, чтобы их сумма делилась на 20?

3.4 Петя пронумеровал все страницы в тетради. При этом он написал 207 цифры. Сколько страниц в тетради?

3,53.5. Вставьте числа от 1 до 8 так, чтобы все равенства выполнялись (находить все решения не требуется).

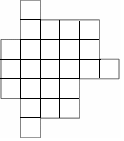
***Домашняя олимпиада № 1***

1. Докажите, что из трех натуральных чисел всегда можно найти два, сумма которых делится на два.

2. Есть девять монет. Одна из них фальшивая, она весит меньше чем настоящие (все настоящие весят одинаково). Как за два взвешивания на чашечных весах найти фальшивую монету?

3. Две черепахи ползут наперегонки. Первая проползает 4 метра за 7 часов, а вторая 5 метров за 9 часов. Какая черепаха ползет быстрее?

4. Найдите значение выражения .

**** 5. Разделите фигуру на четыре равные части (сделать крупный рисунок):

***4 занятие***

**4.1.** Группа детского сада построилась парами мальчик с девочкой. Илья, идущий в паре с Юлей, насчитал впереди себя 5 мальчиков, а Юля позади себя — 4 девочки. Сколько детей в группе?

**4.2.** Как расставить 5 стульев вдоль стен в прямоугольной комнате, чтобы у каждой стены стояло ровно по 2 стула?

**4.3** Замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные — разными так, чтобы выполнялось равенство:

Д – В – А = Д : В : А = 2.

**4.4** Ручка с колпачком стоит 10 рублей, при этом колпачок на 9 рублей дешевле ручки. Сколько стоит ручка?

**4.5.** В кастрюле ухи плавают по 10 кусочков моркови, картошки, курицы и колбасы. Сколько кусочков надо домовому вытащить не глядя, чтобы среди них нашлись 3 одинаковых?

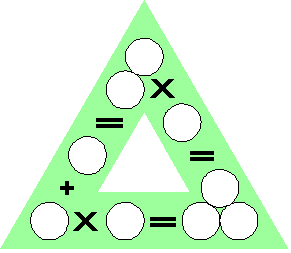
**4.6.** На первых трех уроках Вася получил по одной оценке: 3, 4 и 5. Дома он сказал: «Пятерку я получил не на третьем уроке. А четверку получил на втором». Потом оказалось, что оба раза Вася сказал неправду. На каком уроке Вася получил тройку?

**4.7.** Из 2011 монет одна отличается по весу. Как за два взвешивания определить, легче она или тяжелее? Находить фальшивую монету при этом не нужно.

**4.8.** Расставьте в квадрате 4×4 одного короля, одного слона и двух ладей так, чтобы они не били друг друга.

**4.9.** Неправильные пчелы сделали килограмм меда и складывают его в огромные соты в виде квадрата 4×4. Винни-Пух сумел договориться с директором пасеки, что пчелы разрешат ему съесть весь мед из любых трех подряд идущих ячеек (по вертикали или по горизонтали). При этом пчелы могут разложить мед по ячейкам так, как считают нужным, даже весь мед в одну ячейку. Винни-Пух хочет получить как можно больше. Пчелы хотят отдать как можно меньше. Винни-Пух очень умный. Пчелы тоже. Сколько меду достанется Винни?

***5 занятие***

5.1. Расставьте цифры от 1 до 9 в кружки так, чтобы получалось три верных равенства.

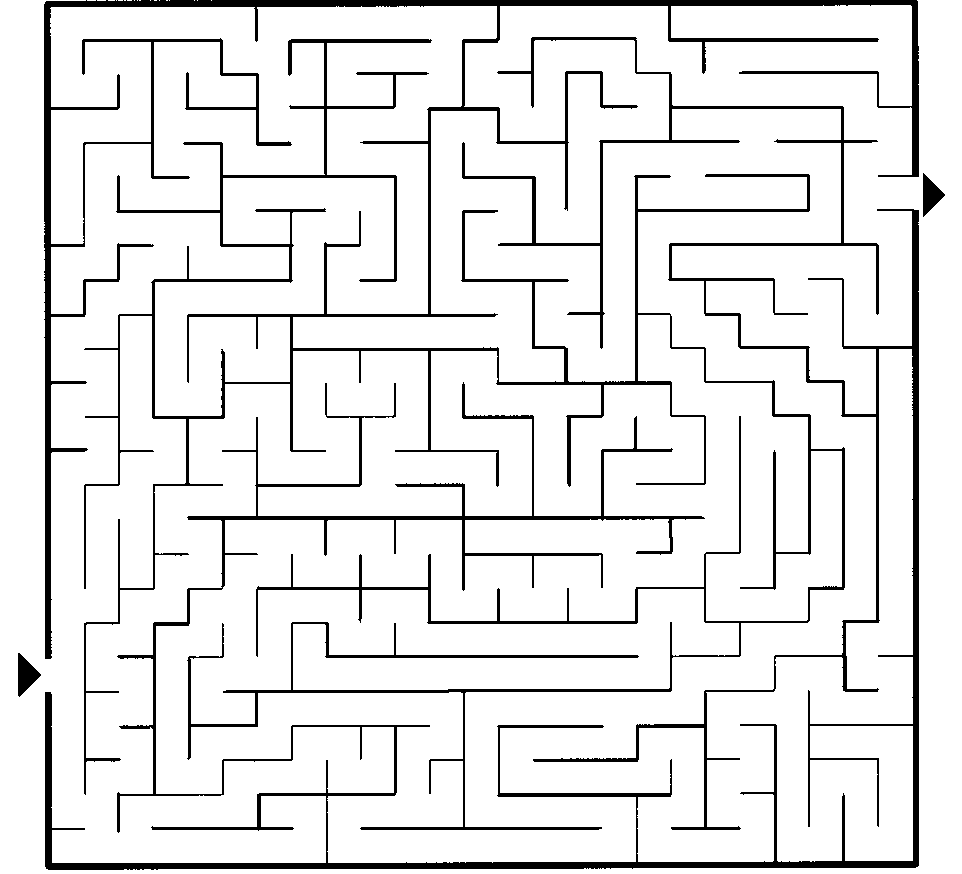
5.2. Разность двух чисел равна 57. Если у большего числа (двузначного) зачеркнуть цифру единиц, равную 3, то получится меньшее число. Найти эти числа.

5.3. Три ёжика делили три кусочка сыра массами 15 г, 18 г и 11 г. Лиса стала им помогать. Она может от любых двух кусочков одновременно отрезать и съесть по 2 г сыра. Сможет ли лиса оставить ёжикам равные кусочки сыра?

5.4. В ящиках №1, №2, №3 – лежит по одному шарику: белый, черный, зеленый. На первом ящике надпись: “белый”, на втором – “черный”, а на третьем – “белый или зеленый”. Но ни одна надпись не соответствует действительности. Где какие шарики?

5.5. На доске написано 2011 натуральных чисел. Доказать, что одно из них можно стереть так, чтобы сумма оставшихся чисел была чётной.

***6 занятие (Домашняя олимпиада № 2)***

**1.** Расставьте числа 1, 2, 3, ..., 10 по кругу так, чтобы разность любых двух соседей была равна 2 или 3. Написать ход решения. Найти все решения.

**2.** Пройдите лабиринт. Дважды проходить через одно место нельзя. Закрасить коридоры, по которым прошел путь. (Вырежьте рисунок и наклейте в тетрадь)

**3.** Два пирата играли в лото на золотые монеты. Сначала первый проиграл половину своих монет (отдал второму), потом второй проиграл половину своих, потом снова первый проиграл половину своих. В результате у первого оказалось 15 монет, а у второго - 33. Сколько монет было у первого пирата до начала игры?

**4.** Есть три монеты. Две настоящие. Одна фальшивая, она весит по-другому, но неизвестно, легче или тяжелее настоящих. Как ее найти всего за два взвешивания?

**5**. Расстояние между Атосом и Арамисом, едущими верхом по дороге, равно 20 лье. За один час Атос проезжает 4 лье, а Арамис - 5 лье. Какое расстояние будет между ними через час?

***7 занятие***

7.1. Аквариум с рыбками стоит 100 рублей. Причем рыбки стоят на 90 рублей дороже аквариума. Сколько стоит аквариум?

7.2. Три мальчика делили 120 фантиков. Сначала Петя дал Ване и Толе столько фантиков, сколько у них было. Затем Ваня дал Толе и Пете столько, сколько у них стало. И наконец, Толя дал Пете и Ване столько, сколько у них к тому моменту имелось. В результате всем досталось поровну. Сколько фантиков было у каждого в начале?

7.3. На окраску кубика 2x2x2 требуется 12 г краски. Сколько краски потребуется, чтобы окрасить кубик 6х6х6?

7.4 Во сколько раз число, показывающее, во сколько раз скорость секундной стрелки больше скорости минутной, больше числа, показывающего, во сколько раз скорость минутной стрелки больше скорости часовой стрелки (обосновать решение)?

7.5. Проведите 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было ровно три из отмеченных точек.

***8 занятие* (Домашняя олимпиада № 3)**

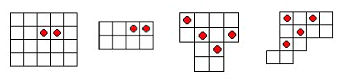
1. Во время прогулки по лесу Коля каждые 40 метров находил гриб. Какой путь он прошёл от первого гриба до последнего, если всего он нашёл 15 грибов (шел он по прямой)?

2. Между цифрами двузначного числа вставили ноль, в результате чего оно увеличилось в 9 раз. Найдите все такие числа.

3. Как отмерить 20 минут для варки каши, имея песочные часы на 9 минут и на 7 минут?

4. 108 спичек разложили в 15 коробков и на каждом написали количество спичек в этом коробке. Может ли произведение этих чисел быть нечетным числом?

5. Из книги выпал кусок, состоящий из подряд идущих листов. Оказалось, что номера первой и последней его страниц – трехзначные числа, в записи которых участвуют цифры 1, 5, и 8 (каждая цифра по разу). Сколько страниц содержит выпавший кусок?

6. Разрежьте фигуры, изображенные на рисунке, на равные части по линиям сетки так, чтобы в каждой из частей был только один кружок.

***9 занятие***

9.1. Если в неизвестном пятизначном числе зачеркнуть крайнюю справа цифру 2, то оно уменьшится на 31061. Найдите это число (решение полностью обосновать).

9.2. Как построить 6 маяков, чтобы из каждого было видно ровно 4 остальных (маяк на маяк ставить нельзя, гор и других препятствий нет)? Маяк считать точкой.

9.3. Найдите все простые двухзначные числа, для записи которых используются цифры, не являющиеся простым числом. (Простым числом называется число, которое имеет ровно два делителя: себя и единицу).

9.4. В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если 15 из них занимаются математикой, биологией – 20, а математикой и биологией – 10?

9.5. Профессор латыни выиграл 10 000 евро. Деньги он решил разделить между внуками: Марина (Marina) получает 1000 евро, Даниэль (Daniel) – 500, Кристина (Christine) – 100, Леон (Leon) – 50, Ксафер (Xaver) – 10, Виктория (Viktoria) – 5, а Инго (Ingo) – только 1 евро. Дед говорит: ”Кто угадает, почему я так поделил деньги, получит оставшиеся 8334 евро”.

***10 занятие***

**1.** В первый день на озере расцвела одна лилия. Каждый следующий день количество цветов на озере удваивалось, и через 20 дней все озеро покрылось цветами. Через сколько дней все озеро покрылось бы цветами, если бы в первый день на озере расцвели две лилии?

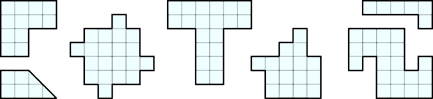
**2.** а) Можно ли разрезать шахматную доску с вырезанной угловой клеткой на «доминошки»?  
б) А если вырезаны две противоположные угловые клетки?

**3.** Можно ли отмерить 8 литров воды, находясь у реки и имея два ведра: одно вместимостью 15 литров, другое —16 литров?

**4.** В двух кучках лежат конфеты — по 8 конфет в каждой. Играют двое. Ход состоит в том, что игрок съедает несколько конфет, но только из какой-либо одной кучки. Побеждает тот, кому достанется последняя конфета. Кто выиграет при правильной игре и как он должен играть?

**5.** Плоскость окрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки на расстоянии ровно 1 м, которые окрашены а) в один цвет; б) в разные цвета.

**6.** Разрежьте каждую из фигур на четыре равные части. (Резать можно только по сторонам и диагоналям клеточек.)



***11 занятие***

11.1. Вася провел каникулы на даче. На велосипеде он катался по вечерам, а в теннис играл по утрам. Но сил его хватало только на одно развлечение в день. А иногда он целый день ничего не делал. Итак, 13 раз он ничего не делал утром, 14 вечеров он оставался дома, и было 11 дней, в которые он катался или играл в теннис. Сколько дней длились его каникулы?

11.2. Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из трех букв: А, Б и В. Словом является любая последовательность, состоящая не более, чем из 4 букв. Сколько слов в языке племени Мумбо-Юмбо?

11.3. Если Сережа поедет в школу автобусом, а обратно пойдет пешком, то он затратит на весь путь 1 ч 30 мин. Если же туда и обратно он поедет автобусом, то потратит 30 мин. Сколько времени он потрптит, если пройдет весь путь пешком?

11.4. Сколько нулей стоит на конце произведения всех натуральных чисел от 1 до 30 (ответить на вопрос не производя вычислений)?

11.5 На доске были написаны натуральные числа 23, 22, 8, 5, 24, 12, 7, 13, 4. Вася и Леша стерли по четыре числа. Оказалось, что сумма чисел, стертых Лешей, втрое больше, чем сумма чисел, стертых Васей. Какое число осталось на доске?

***12 занятие***

12.1. Если кубический метр разрезать на кубические миллиметры и составить из них столб, то какова будет его высота?

12.2. Сумма цифр некоторого натурального числа A равна B, сумма цифр числа B равна C. Известно, что сумма чисел A, B и C равна 60. Чему равно число A? Замечание: Сумма цифра однозначного числа равна этому числу.

12.3. Сколько раз к наибольшему однозначному числу нужно прибавить наибольшее двузначное число, чтобы получить наибольшее трехзначное число?

12.4. Продолжите ряд 77, 49, 36, 18... Объясните закономерность.

12.5. Петя говорит: «*Вася, знаешь, у меня есть три гири (*каждая гиря весит целое число килограмм*). Если перемножить их вес получится 100, а если сложить, то получится твой возраст. Догадайся, сколько весит каждая из гирь*».

Вася: «*Не знаю*».

Петя: «*Ой* *забыл сказать, самая легкая гиря синяя*».

Вася: «*Ну тогда ясно! Они весят*…». А сколько они весят?

***13 занятие***

13.1. Сколько пересечений нельзя получить с помощью 4-х отрезков: 3, 4, 5, 6, 7? Если какой-то нельзя то почему, как можно получить остальные?

13.2. Используя ЧИСЛА 2, 5, 8, 9 и знаки арифметических действий (сложить, вычесть, умножить, разделить и скобки) получите 52.

13.3. На электронных часах высвечиваются 4 цифры – часы (от 0 до 23) и минуты. Сколько времени в сутки хотя бы на одном из мест горит цифра 2?

13.4. Можно ли соединить 13 городов дорогами так, чтобы из каждого города выходило ровно 5 дорог?

13.5. Все целые числа, начиная с единицы, выписаны подряд. Какая цифра стоит на 2009 месте? (ответ полностью обосновать).

***14 занятие («Четность»)***

**1.** Закончите следующие утверждения:

А)Произведение нескольких множителей нечетно тогда и только тогда, когда …

Б)Произведение нескольких множителей четно тогда и только тогда…

В) Сумма нескольких слагаемых четна тогда и только тогда…

**2.** Придумайте а) три; б) четыре натуральных числа, сумма и произведение которых нечетны

**3**. Можно ли разменять купюру в 25 рублей на десять купюр по 1, 3 и 5 рублей?

**4.** Можно ли расставить в клетках таблицы 4х4 натуральные числа так, чтобы суммы чисел, стоящих в каждой строке, и произведения чисел, стоящих в каждом столбце, были нечетны?

**5.** В конференции принимало участие 19 ученых. После конференции каждый из них отправил по 2 или 4 письма другим ученым, бывшим на конференции. Каждый из участников получил по 3 письма. Докажите, что некоторые письма затерялись.

**6.** Парламент некоторой страны состоит из двух палат, имеющих равное число депутатов. В голосовании по важному вопросу приняли участие все депутаты, причем воздержавшихся не было. Когда председатель сообщил, что решение принято с преимуществом в 23 голоса, лидер оппозиции заявил, что результаты голосования сфальсифицированы. Как он это понял?

**7.** Можно ли доску размером 5х5 разрезать на прямоугольники размером 1х2?

***15 занятие (Домашняя олимпиада № 4)***

1. Вася провел каникулы на даче. На велосипеде он катался по вечерам, а в теннис играл по утрам. Но сил его хватало только на одно развлечение в день. А иногда он целый день ничего не делал. Итак, 13 раз он ничего не делал утром, 14 вечеров он оставался дома, и было 11 дней, в которые он катался или играл в теннис. Сколько дней длились его каникулы?

2. Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из трех букв: А, Б и В. Словом является любая последовательность, состоящая не более, чем из 4 букв. Сколько слов в языке племени Мумбо-Юмбо?

3. Если Сережа поедет в школу автобусом, а обратно пойдет пешком, то он затратит на весь путь 1 ч 30 мин. Если же туда и обратно он поедет автобусом, то потратит 30 мин. Сколько времени он потратит, если пройдет весь путь пешком?

4. Сколько нулей стоит на конце произведения всех натуральных чисел от 1 до 30 (ответить на вопрос не производя вычислений)?

5. На доске были написаны натуральные числа 23, 22, 8, 5, 24, 12, 7, 13, 4. Вася и Леша стерли по четыре числа. Оказалось, что сумма чисел, стертых Лешей, втрое больше, чем сумма чисел, стертых Васей. Какое число осталось на доске?

6. Нарисуйте фигуру, которую можно одним прямым разрезом разделить на 5 частей (не обязательно одинаковых.

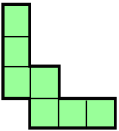
***16 занятие (Домашняя олимпиада № 5) – зимние каникулы***

**1.** Расставьте в квадратной комнате вдоль стен 10 кресел так, чтобы у каждой стены стояло кресел поровну.

**2.** Пока Фродо спал, кто-то украл у него Кольцо. Гендальф спросил, кто из пяти их спутников его украл. **Леголас сказал:** “*Это Гимли или Арагорн*”. **Гимли сказал:** “*Это сделал не я и не Мерри*”. **Арагорн сказал:** “*Вы оба ошибаетесь*”. **Пипин сказал:** “*Нет. Один сказал правду, а другой солгал*”. **Мерри сказал:** “*Пипин, ты не прав*”. Гендальф знает, что трое из опрошенных всегда говорят правду. Кто украл Кольцо?

**3.** По кругу выписаны 10 чисел. Известно, что сумма любых 3 подряд идущих равна 18. Чему равна сумма всех чисел?

**4.** В наборе 23 гири массой 1, 2, ..., 23 кг. Можно ли их разложить на две равные по массе кучки, если гиря в 21 кг потеряна?

**5.** Упакуйте 5 плиток указанной формы в коробку размера 7х7. Плитки можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладываться друг на друга (в коробке могут оставаться незаполненные места)

**6.** Деревянный куб размера 4×4×4 покрасили красной краской и распилили на кубики 1×1×1.

а)Сколько кубиков 1×1×1 получилось?

б)Сколько кубиков 1×1×1 оказалось неокрашенными?

в)У скольких кубиков 1×1×1 окрашено ровно две грани?

**7.** Программисты одного НИИ решили соединить имеющиеся у них 2011 компьютеров проводами так, чтобы каждый из них был соединен ровно с пятью другими. Удастся ли программистам осуществить свой замысел?

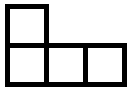
**8.** Художник Худобеднов за месяц работы написал 42 картины. На 17 из них есть лес, на 29 — река, а на 13 — и то, и другое; на остальных картинах — не пойми что. Сколько картин изображают не пойми что?

**9.** В прямоугольной таблице 8 столбцов чисел, сумма чисел в каждом столбце — по 10, а в каждой строке — по 20. Сколько в таблице строк?

**10.** На очень узкой дороге встретились 6 машин: три ехали в одну сторону и три в другую. Как им разъехаться, если сбоку есть стоянка, куда может заехать только одна машина?   
К задаче 2

***17 занятие***

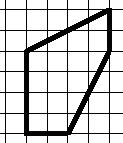
17.1. В комнату в первый час влетел 1 комар, во второй – два комара, в третий – три, и так далее. На второй час в комнату ворвался Вася и начал истреблять комаров. Он сразу убил одного. На следующий час – двух, еще на следующий – трех, и так далее. Сколько комаров будет в комнате на 24 час с момента залетания в комнату первого комара?

17.2. Можно ли доску а) 10х10, б) 12х12 замостить плитками указанного вида (плитки можно поворачивать и переворачивать)?

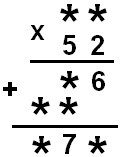
17.3. Можно ли расставить в вершинах куба различные натуральные числа так, что каждое число — делитель произведения трех чисел, соединенных с данным числом ребром куба?

17.4. Профессор и его Помощник по очереди пилили кость. В свой черед Профессор пилил какой-нибудь фрагмент кости на шесть частей, а Помощник на девять. В результате кость была распилена на 279 кусков. Кто начал пилить кость и кто закончил?

17.5. Разрежьте изображённый на рисунке пятиугольник на две одинаковые (совпадающие при наложении) части. Резать можно только по линиям сетки.



***18 занятие***

18.1.Восстановите поврежденную арифметическую запись. Со всеми пояснениями.

18.2. У Маши было несколько конфет (меньше 100). Если их разложить парами, тройками, четверками, то каждый раз будет оставаться одна конфета. Если же их разложить по 5 штук, то ни одной лишней конфеты не останется. Сколько конфет может быть у Маши (найти все варианты)?

18.3. На скамейке сидели три девочки Надя, Валя и Маша. На них были красное, белое, синее платья. Туфли их были тех же цветов, но только у Нади цвет туфель и платья совпадали. При этом у Вали ни платье, ни туфли не были синими, а Маша была в красных туфлях. Определите цвет платьев и туфель каждой из девочек. (Решение полностью объяснить)

18.4. На столе лежат 100 внешне одинаковых гирек. Известно, что все они весят 1 г, но одна или две из них — по 2 г. Как за 3 взвешивания на чашечных весах без других гирь узнать, сколько гирек по 2 г среди имеющихся гирек?

|  |  |
| --- | --- |
| 18.5. Фигуры вдвинуты в коробку сверху (т.е. их опускали ровно вниз, двигать их внутри коробки влево-вправо нельзя). В какой последовательности они были положены? Сколько всего есть различных способов? |  |

***19 занятие***

19.1. Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов, оценку ниже пяти баллов получили 180 человек, а выдержали экзамен 210 абитуриентов. Сколько человек получили оценки 3 и 4?

|  |  |
| --- | --- |
| 19.2. В саду нужно посадить 9 яблонь так, чтобы они образовывали 10 рядов по три яблони. |  |

19.3. Расставьте в клетки цифры от 1 до 9 так, чтобы все равенства выполнялись

19.4. Ученики матшколы участвуют в спортивных соревнованиях. Команда из трех человек должна преодолеть дистанцию в 3 км. На команду выдается один одноместный велосипед. Трасса – прямая, все трое стартуют одновременно, результат команды – время последнего прибежавшего. Лучшее время соперников – 21 минута. Как учащимся матшколы пробежать/проехать трассу, чтобы победить? Каждый из матшкольников бежит со скоростью 125 м/мин, а едет на велосипеде – 250 м/мин (решение обосновать).

19.5. Сколько произведений, кратных 77, можно образовать из чисел 3, 5, 7, 7, 9, 11 (обосновать)?

***20 занятие***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **20.1**. Заполнить таблицу: Каждой букве соответствует единственное число от 1 до 5. Разные буквы - разные числа. При замене букв соответствующими числами равенства оказываются верными. На пересечении столбца с цифрой и строки с буквой ставится «+» если буква соответствует данной цифре, в противном случае ставится «-». Обосновать заполнение каждой клетки таблицы. 1) D + B = A + C; 2) 2E = C + 5; 3) D + C = E. | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | A |  |  |  |  |  | | B |  |  |  |  |  | | C |  |  |  |  |  | | D |  |  |  |  |  | | E |  |  |  |  |  | |

**20.2**. Гора Фудзияма имеет высоту 300м и весит 900 000 тонн. В сувенирной лавке продается ее уменьшенная копия, всего 30 см высотой. Сколько она весит?

**20.3.** Продолжите последовательность и укажите закономерность: 2, 12, 1112, 3112, 132112, 1113122112, ….

**20.4**. Сколько четырехзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 и 5, если: а) никакая цифра не повторяется более одного раза; б) повторения цифр допустимы; в) числа должны быть нечетными и повторений цифр быть не должно?

|  |  |
| --- | --- |
| **20.5.** Расставить числа от 1 до 8 в кружочки так, чтобы никакие две соседние цифры не находились в соседних кружочках (на концах одного отрезка). | 䀈䀐 |

***21 занятие***

21.1. Маша купила в магазине тетради по 13 рублей и блокноты по 15 рублей. За всю покупку она заплатила ровно 339 рублей. Сколько тетрадей и блокнотов купила Маша? (Решать без уравнений и систем!)

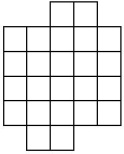
21.2. Найдите четырёхзначное число, у которого сумма первых трёх цифр равна 19, а сумма последних трёх цифр равна 27.

21.3. Из стандартных игральных кубиков ученики строили башни, причем любые два кубика касаются гранями, сумма точек на которых равна 8. Вася утверждает, что его пятиэтажная башня самая высока из возможных, а Петя утверждает, что можно сделать и 8 этажную башню. Кто прав (обосновать)?

21.4. Данилко продает Жигули за 200 000 гривен. Сашко соглашается купить Жигули, но говорит, что у него есть чек на 500 000 гривен и предлагает Данилко его обналичить. Данилко обналичивает в банке чек и возвращает Сашко 300 000 и Жигули. Через несколько дней из банка сообщают, что чек был поддельный и требуют с Данилки 500 000. Сашко уехал за границу и потребовать от него деньги или машину у Сашко дне может. Сколько денег потерял Данилко в результате сделки?

21.5. Можно ли в клетки таблицы 4 х4 записать числа 1, 2, 3, ..., 16 так, чтобы сумма чисел в каждой строчке делилась на 3? Если возможно, то покажите как, иначе обоснуйте, почему этого сделать нельзя.

***22 занятие***

22.1. Разделите фигуру на четыре равные части:

22.2. Два попугайчика и хомячок стоят 176 рублей, а два хомячка и попугайчик – 139 рублей. Сколько стоят один хомячок и один попугайчик вместе? Решить задачу не решая уравнений, и не находя стоимости ни хомячка, ни попугайчика.

22.3. Есть 5 прозрачных вертикальных полосок с числами и знаками. Их можно располагать в любом порядке и можно перевернуть. Нужно получить запись 4-х верных равенств (горизонтальных строк). **По пунктам указать все выполненные действия.**

22.4. Два охотника отправились одновременно навстречу друг другу из двух деревень, расстояние между которыми 18 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй – 4 км/ч. Первый охотник взял с собой собаку, которая бежала со скоростью 8 км/ч. Собака сразу же побежала навстречу второму охотнику, встретила его, тявкнула, повернула и с той же скоростью побежала навстречу хозяину, и так далее. Так она бегала до тех пор, пока охотники не встретились. Сколько километров пробежала собака?

22.5. Кот Матроскин изготовляет сосиски длинными связкам – они соединены целлофановой пленкой. Связку из трех сарделек легко превратить в треугольник. Сколько треугольников можно сделать из связки в 9 сарделек, не разрывая ее, указать все варианты (все треугольники должны быть правильными, т.е. все стороны треугольника равны; не должно оставаться сосисок не входящих ни в один из треугольников)?

***23 занятие***

23.1. Назовем число «*нечетным*», если сумма любых двух его соседних цифр окажется нечетной. Сколько существует «*нечетных*» девятизначных чисел, последняя цифра которых равна 3 (Обосновать)?

23.2. В пакете лежали яблоки. Сначала из него взяли половину всех яблок без пяти, а затем одну треть оставшихся яблок. После этого в пакете осталось 10 яблок. Сколько яблок было в пакете?

23.3. У Вани три карточки с числами (не обязательно различными). Он сложил из них трехзначное число, потом две крайние карточки поменял местами. Посчитал сумму полученных чисел, она оказалась четырехзначным числом – полиндромом (т.е. читаемое одинаково как справа-налево, так и слева-направо). Найдите значение цифр на карточках Вани. Сколько таких наборов карточек могло быть (укажите все варианты)? Какие числа он составил?

23.4. Среднее арифметическое шести чисел равно 350, а среднее арифметическое четырех других чисел равно 225. Найдите среднее арифметическое этих десяти чисел.

23.5. Даны два квадрата 3х3 и 4х4. Разрезать их по линиям сетки на 4 части (всего частей в сумме должно быть 4, в начале задачи их две – сами квадраты). Из этих 4 частей собрать квадрат 5х5. Показать на какие части вы разрезали и как из них собирается квадрат. Рисунок должен быть крупным и по линейке!

***24 занятие***

24.1. Есть две кучки карточек – в первой кучке карточки с числами 9, 8, 7, 5, во второй – 3, 6, 4, 11. Можно менять карточки в кучках. Можно ли уравнять эти кучки?

24.2. Трём братьям дали 24 бублика так, что каждый получил на три бублика меньше, чем ему лет. Меньший брат был сообразительный и предложил поменять часть бубликов: «Я,— сказал он,— оставлю себе половину бубликов, а другую разделю между вами поровну; после этого Давид также оставит половину бубликов, а другую разделит поровну между мной и Расулом. Затем и Расул поделит так же». Так они и сделали. Оказалось, что все получили поровну. Сколько лет Давиду?

24.3. У хозяина гостиницы есть ключи от комнат. На вид ключи неразличимы. Сделав ключи, он надел их на кольцо и покрасил в два цвета (каждый ключ окрашен ровно в один из двух цветов, ключи покрашенные в один цвет неотличимы). Какое наименьшее число ключей может быть у хозяина гостиницы, чтобы он мог различить, какой из них от какой комнаты, если известно, что ключей больше двух?

24.4. В коробку 6х7 положить 5 плиток такого вида. Рисунок должен быть выполнен аккуратно, карандашом по линейке. Крупно.

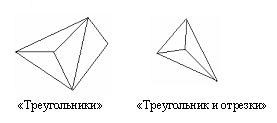
24.5. Если ученик купит 11 тетрадей у него останется 500р. А если захочет купить 15 тетрадей, то ему будет не хватать 700р. Сколько денег у школьника?

***25-26 занятия («Графы и обход графов»)***

1. В шахматном турнире по круговой системе участвуют семь школьников. Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Леша и Дима – по три, Семен и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Леша?

2. а) 12 команд сыграли турнир по олимпийской системе (встречаются две команды, победитель играет дальше, проигравший выбывает). Сколько всего было сыграно матчей?

б) а если турнир проходил по круговой системе в один круг? (каждая команда играет с каждой один раз)

3. а) Художник-авангардист нарисовал картину “Треугольники”. Мог ли он нарисовать свою картину, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды?

б) А если его картина называлась “Треугольник и отрезки”? 

4. В углах шахматной доски 3\*3 стоят 4 коня: 2 белых и 2 черных (см. рис). Можно ли за несколько ходов поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Б |  | Б |
|  |  |  |
| Ч |  | Ч |

5. Однажды Андрей, Борис, Володя, Даша и Галя договорились вечером пойти в кино. Выбор кинотеатра и сеанса они решили согласовать по телефону. Было также решено, что если с кем-то созвониться не удастся, то поход в кино отменяется. Вечером у кинотеатра собрались не все, и поэтому посещение кино сорвалось. На следующий день стали выяснять, кто кому звонил. Оказалось, что Андрей звонил Борису и Володе, Володя звонил Борису и Даше, Борис звонил Андрею и Даше, Даша звонила Андрею и Володе, а Галя звонила Андрею, Володе и Борису. Кто собрался у кинотеатра?

6. Однажды утром кто-то принес букет цветов и поставил его вазу на учительском столе. Когда ребята собрались, учительница спросила: «А знаете ли вы, кто принес цветы?». Ребята стали гадать. Были высказаны предположения: цветы принесли Андрей и Борис, Андрей и Даша, Андрей и Сергей, Борис и Даша, Борис и Володя, Володя и Галя, Галя и Даша. Учительница сказала, что в одном из этих предположений одно имя названо правильно, а второе - неправильно. Во всех же остальных предположениях оба имени названы неправильно. Кто принес цветы?

7. Выпишите в ряд цифры от 1 до 9 так, чтобы число, составленное из двух соседних цифр, делилось либо на 7, либо на 13.

8. Дима, приехав из Врунляндии, рассказал, что там есть несколько озер, соединенных между собой реками. Из каждого озера вытекают три реки, и в каждое озеро впадают четыре реки. Докажите, что он ошибается.

9. а) Расположите на плоскости 6 точек и соедините их непересекающимися линиями так, чтобы из каждой точки выходили 4 линии.

б) проведите 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было ровно три из отмеченных точек.

**Дополнительные задачи**

10. Посёлок построен в виде квадрата 3 квартала на 3 квартала (кварталы - квадраты со стороной b, всего 9 кварталов). Какой наименьший путь должен пройти асфальтоукладчик, чтобы заасфальтировать все улицы, если он начинает и кончает свой путь в угловой точке A? (Стороны квадрата - тоже улицы).

11. В королевстве 16 городов. Король хочет построить такую систему дорог, чтобы из каждого города можно было попасть в каждый, минуя не более одного промежуточного города, и чтобы из каждого города выходило не более 5 дорог. а) Докажите, что это возможно. б) Докажите, что если в формулировке заменить число 5 на число 4, то желание короля станет неосуществимым.

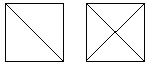
**Домашнее задание**

1.

Соедините 13 звёздочек на рисунке, пятью отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | \* |  |  |
|  | \* | \* | \* |  |
| \* | \* | \* | \* | \* |
|  | \* | \* | \* |  |
|  |  | \* |  |  |

2.

а)

Художник-авангардист нарисовал картину “Контур квадрата и его диагональ”. Мог ли он нарисовать свою картину, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды?

б)

А если его картина называлась “Контур квадрата и его диагонали”?

3.

Пешеход обошёл шесть улиц одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли это быть?

***Домашняя олимпиада № 6***

**1**. Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов, оценку ниже пяти баллов получили 180 человек, а выдержали экзамен 210 абитуриентов. Сколько человек получили оценки 3 и 4?

**2.** В саду нужно посадить 9 яблонь так, чтобы они образовывали 10 рядов по три яблони.

|  |  |
| --- | --- |
| **3**. Расставьте в клетки цифры от 1 до 9 так, чтобы все равенства выполнялись |  |

**4.** Ученики матшколы участвуют в спортивных соревнованиях. Команда из трех человек должна преодолеть дистанцию в 3 км. На команду выдается один одноместный велосипед. Трасса – прямая, все трое стартуют одновременно, результат команды – время последнего прибежавшего. Лучшее время соперников – 21 минута. Как учащимся матшколы пробежать/проехать трассу, чтобы победить? Каждый из матшкольников бежит со скоростью 125 м/мин, а едет на велосипеде – 250 м/мин (решение обосновать).

**5.** Сколько произведений, кратных 77, можно образовать из чисел 3, 5, 7, 7, 9, 11 (обосновать)?

**6.** Назовем число «*нечетным*», если сумма любых двух его соседних цифр окажется нечетной. Сколько существует «*нечетных*» девятизначных чисел, последняя цифра которых равна 3? (Обосновать)

**7.** В пакете лежали яблоки. Сначала из него взяли половину всех яблок без пяти, а затем одну треть оставшихся яблок. После этого в пакете осталось 10 яблок. Сколько яблок было в пакете?

**8.** У Вани три карточки с числами (не обязательно различными). Он сложил из них трехзначное число, потом две крайние карточки поменял местами. Посчитал сумму полученных чисел, она оказалась четырехзначным числом – палиндромом (т.е. читаемое одинаково как справа налево, так и слева направо). Найдите значение цифр на карточках Вани. Сколько таких наборов карточек могло быть (укажите все варианты)? Какие числа он составил?

|  |  |
| --- | --- |
| **9.** Разделите квадрат размером 6\*6 клеток, изображенный на рисунке, на четыре одинаковые части так, чтобы каждая из них содержала три закрашенные клетки. Резать можно только по линиям сетки. | 9 |

**10.** Четыре ученицы: Мария, Нина, Ольга и Поля – участвовали в лыжных соревнованиях и заняли четыре первых места. На вопрос, кто какое место занял, они дали три разных ответа:

Ольга заняла первое место, Нина – второе

Ольга – второе, Поля – третье

Мария – второе, Поля – четвертое

Отвечавшие при этом признали, что одна часть каждого ответа верна, а другая – неверна. Какое место заняла каждая из учениц?

***Домашняя олимпиада № 7***

**1**. Ковбой Билл играл на одноруком бандите. Если выпадают "три семёрки", то он выигрывает 80 долларов, а если "три яблока", то 24 доллара. Любая другая комбинация – проигрыш. Билетик для игры стоит 4 доллара. Однажды он похвастался: "Я начал с 10 долларов, а через час у меня была тысяча!" Могло ли так быть?

**2**. Задумано число от 1 до 6. Про него известно следующее:

1. Оно кратно 2;
2. Оно кратно 3;
3. 8 делится на это число;
4. 10 делится на это число;
5. 

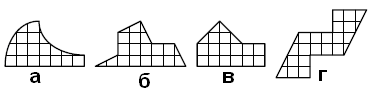
Какое число задумано, если верных утверждений 4?

А если неверных утверждений 4?

**3**. Расставьте на доске (5x5) два ферзя и ладью так, чтобы все остальные поля доски оказались под боем.

**4**. Найдите все числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.

**5**. Каждую из фигур разрежьте на две части и сложите из этих двух частей квадрат (рисунки должны бить крупными, карандашом по линейке).



***Домашняя олимпиада № 8***

**1.** На контрольной учительница дала пример: . После урока дети сверили ответы. Петя сказал: «Я не помню, сколько у меня получилось, но больше единицы». «Ты неправ», - сказал Коля и начал делить нарисованный квадратик. Кто прав, как Коля делил квадрат и зачем? **(Отвечая на вопрос, кто прав, не производить подсчетов!!!)**

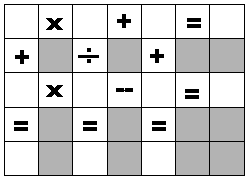
**2**. По кругу написано 31 натуральное число. Верно ли, что среди этих чисел найдутся два соседних, сумма которых четна?

**3**. Если 188 это 4, 112 – 0, 605 – 2, а 1329 – 1. То сколько же 298 (Найти и объяснить закономерность)?

**4**. 11235 – такое число, что каждая его цифра, начиная с третьей, равна сумме двух предыдущих. Найдите наибольшее пятизначное число такого типа.

**5.** В комнате сидят мальчики и девочки. Мальчики сидят на трехногих табуретках, а девочки на обычных стульях. Всего в комнате 49 «ног» (ноги всех детей стоят на полу). Сколько в комнате мальчиков и сколько девочек? Решать без уравнений и систем, разумным перебором.

***Летняя олимпиада***

1. По всем вагонам поезда разместили поровну 737 туристов. Сколько было вагонов и сколько туристов в каждом вагоне? (в поезде не один вагон, но пятидесяти не наберется)
2. Из Парижа в Англию друг за другом несутся Атос, Портос, Арамис, Рошфор и Миледи. Известно, что Атос прибудет в Англию раньше Портоса, но позже Миледи. Арамис и Миледи скачут не друг за другом. Ни за, ни перед Рошфором нет Миледи, Атоса и Арамиса. В каком порядке они движутся (решение полностью обосновать)?
3. Сумма двух чисел равна 1244. Они станут равными, если в конце первого числа написать цифру 3, а в конце второго – отбросить цифру 2. Найдите эти числа.
4. В пустые клетки нужно вписать числа 1,2,3...10,11 так, чтобы все равенства были верны. Каждое число использовать один и только один раз. (Ответ пояснить)
5. В коробке лежат шарики трех цветов: цвета желтые, белые и зелёные. Если достать (наугад) 100 произвольных шариков, то среди них точно будут присутствовать шарики всех трех цветов. Какое наибольшее число шариков может быть в этой коробке? (Решение полностью обосновать)
6. Женя и Аня живут в одном доме, на каждой лестничной клетке которого 4 квартиры. Женя живет на пятом этаже, в квартире 83, а Аня - на 3-ем этаже в квартире 169. Сколько этажей в доме?
7. В карьере заготовлено 200 гранитных плит, 120 из которых весят по 7 тонн каждая, а остальные по 9 тонн. На железнодорожную платформу можно грузить до 40 тонн. Какое наименьшее число платформ понадобится для вывоза плит?
8. Дана клетчатая фигура 3х3 клетки, длина каждого маленького отрезка равна длине спички. Какое наибольшее число спичек можно выложить на стороны клеток так, чтобы не образовалось ни одного квадратика 1х1, выложенного из спичек?
9. Расставьте в вершинах и серединах сторон квадрата числа 1, 2, 3,…, 8 так, чтобы сумма любых трех чисел, стоящих на одной стороне, была одна и та же.
10. Все гномы делятся на лжецов и рыцарей. На каждой клетке доски 4 на 4 стоит по гному. Известно, что среди них есть и лжецы, и рыцари. Каждый заявил: среди моих соседей лжецов и рыцарей поровну. Сколько всего лжецов? (Два гнома считаются соседями, если они стоят в клетках, имеющих общую сторону)
11. Петя нарисовал 3 красных и 3 синих прямых, и отметил те точки пересечения, через которые проходят прямые разных цветов. Могло ли оказаться, что отмечена ровно половина всех точек пересечения?
12. Четыре хоббита Фродо, Сэм, Мерри и Пиппин собирали грибы. Все без Пиппина собрали 63 гриба, все без Сэма – 67 грибов, а Сэм и Пиппин вместе – 42 гриба. Пиппин говорит: «Я собрал больше всех грибов, а Фродо – меньше всех». Может ли такое быть?
13. Знаменитый преступник проник в банк, но так и не смог подобрать трёхзначный код от сейфа. Шерлок Холмс по отпечаткам пальцев обнаружил, что преступник успел попробовать комбинации 543, 142 и 562, после чего его спугнул охранник. Оказалось, что в каждом из этих вариантов преступник угадал ровно одну цифру кода. Узнав это, Шерлок Холмс тут же назвал код от сейфа. А вы сможете его назвать?
14. Можно ли расставить в квадратной комнате вдоль стен 10 кресел так, чтобы у каждой стены стояло одинаковое число кресел?
15. Первая слева цифра десятизначного числа равна числу единиц в записи этого числа, вторая — числу двоек, третья — числу троек, ..., девятая — числу девяток, десятая — числу нулей. Найдите это число.
16. В строящемся небоскрёбе еще нет лифта, но есть строительный подъёмник. Подъёмник управляется двумя кнопками: при нажатии на одну из них он поднимается на 6 этажей, а при нажатии на другую опускается на 11 этажей. Как строителям, пользуясь этим подъёмником, довезти десять мешков цемента с 6-го этажа на 11-й, если уже возведено 16 этажей небоскреба?
17. В стране три города: Правдин, Лгунов и Переменск. Жители Правдина всегда говорят правду, жители Лгунова — всегда лгут, а жители Переменска строго попеременно лгут и говорят правду. Пожарным позвонили: «У нас в городе пожар!» — «Где горит?» — «В Переменске». Пожарные уверены, что пожар есть. Куда им ехать?
18. У Максима были гири 1 г, 2 г, 4 г, 8 г, 16 г и 32 г и чашечные весы. На левую чашку весов он положил конфету весом 25 г и ещё часть гирь, на правую — все остальные гири. Весы пришли в равновесие. Определите, где какая гиря лежит.
19. Винни-Пух, Пятачок, ослик Иа-Иа и Кристофер Робин качаются на качелях. Известно, что Винни-Пух и Пятачок вместе перевешивают ослика Иа-Иа, а Иа-Иа перевешивает Кристофера Робина и Пятачка вместе. Кто перевесит, если на качели сядут Кристофер Робин и Винни-Пух?
20. Нарисуйте как можно больше различных фигурок из 5 клеток. (Всего таких фигурок 12 штук.)
21. Нарисуйте как можно больше фигурок площади две с половиной клетки, составленных из 5 «половинок» клеток. («Половинка» получается из клетки разрезанием по диагонали.)
22. Разрежьте квадрат 7×7 на наибольшее число различных прямоугольников по линиям сетки.
23. Расставить на шахматной доске как можно меньше шахматных коней так, чтобы они били все черные поля.
24. В магазин привезли 25 ящиков с яблоками трех сортов, причем в каждом ящике лежат яблоки только одного сорта. Найдутся ли 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта?
25. В классе 30 человек. Андрей сделал в диктанте 13 ошибок, а остальные — меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали равное количество ошибок.
26. Разрежьте прямоугольник 3×9 на восемь квадратов.
27. Квадратную салфетку сложили пополам, полученный прямоугольник сложили пополам ещё раз. Получившийся квадратик разрезали ножницами по прямой. Могла ли салфетка распасться:

а)на 2 части;

б)на 3 части;

в)на 4 части;

г)на 5 частей?

1. Однажды по лесу гуляли три рыцаря, каждый со своим оруженосцем. Как им переправиться через реку на двухместной лодке, если оруженосцы отказываются оставаться на берегу (и в лодке) с незнакомыми рыцарями без своих хозяев? Запрещается также ситуация, когда к берегу, где находится оруженосец без своего хозяина, причаливает чужой рыцарь (даже если он на берег не высаживается), или наоборот.
2. Шпион одной из иностранных разведок сообщил, что пятнадцать республик бывшего Советского Союза заключили несколько двухсторонних соглашений так, что каждая из них заключила договор ровно с тремя другими. Заслуживает ли шпион доверия?
3. В шахматном турнире по круговой системе участвуют семь школьников. Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя — пять, Леша и Дима — по три, Семен и Илья — по две, Женя — одну. С кем сыграл Леша?