

### Вариант - 13

**С1.** Дано уравнение  $\sin 2x - 2\cos^2 x = \cos 2x$ .

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

**С2.** В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит параллелограмм  $ABCD$  со стороной  $AD = 2\sqrt{3}$  и углом  $C = 120^\circ$ . Найдите расстояние от вершины  $B_1$  до прямой  $CD$ , если известно, что точка  $A_1$  удалена от прямой  $AB$  на расстояние, равное 4.

**С3.** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 2 \cdot 8^{x+1} - 3 \cdot 4^{x+2} - 2^x + 3 < 0, \\ \log_6 \frac{x^2 - x}{x+1} + \frac{1}{\log_{x+1} 6} \leq 1. \end{cases}$$

**С4.** Отрезок  $MK$  с концами на двух сторонах равнобедренного треугольника параллелен третьей стороне и делит площадь треугольника пополам. Найдите длину отрезка  $MK$ , если боковые стороны треугольника равны 5, а основание равно 6.

**С5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом система 
$$\begin{cases} x^2 + (y-a)^2 = \frac{a^2 - 2a + 1}{9}, \\ y + \sqrt{3}|x| \geq 0. \end{cases}$$

имеет ровно два решения. Для каждого такого  $a$  укажите эти решения.

**С6.** Имеется набор гирь со следующими свойствами:

1) в нем есть 5 гирь, попарно различных по весу;

2) для любых двух гирь найдутся две другие гири такого же суммарного веса.

А) Докажите, что в таком наборе есть хотя бы две гири одинакового веса.

Б) Докажите, что в таком наборе есть хотя бы четыре гири одинакового веса.

В) Какое наименьшее число гирь может быть в этом наборе?

### Вариант - 14

**С1.** Дано уравнение  $\sqrt{10\sin 2x + 10\sin x + 9} = 3$ .

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right]$ .

**С2.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = BC = 6$ ,  $AA_1 = 4$ .

Точка  $N$  – середина ребра  $A_1 D_1$ , а точка  $M$  лежит на ребре  $D_1 C_1$ , причем  $D_1 M : M C_1 = 2 : 1$ . Определите тангенс угла между плоскостью  $NMD$  и гранью  $AA_1 B_1 B$ .

**С3.** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 3^x + 2 \cdot 3^{2-x} \geq 11, \\ \log_{(x-1)^2} (x-2)^2 \leq 0. \end{cases}$$

**С4.** В трапеции  $ABCD$  с основаниями 30 и 10 боковые стороны  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 20 и 24. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $OBC$ .

**С5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции  $f(x) = -x^2 + 2ax - a^2 + 2a$  на отрезке, заданном условием  $|x+1| \leq 2$ , не превосходит  $-5$ .

**С6.** Каждое из чисел 3; 4; 9; 10; 12; 15 по одному записывают на шести карточках. Далее карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 3; 4; 9; 10; 12; 15. После этого на каждой карточке подсчитывают модуль разности записанных на ней чисел, а полученные в итоге числа перемножают.

А) Может ли в результате получиться 65?

Б) Может ли в результате получиться 120?

В) Какое наименьшее натуральное число может в результате получиться?