***Урок 3. Операции над событиями***

**Определение.** Суммой (объединением) событий A и B называют событие

(обозначение A+ B или A$∪$B), состоящее в появлении либо только события A,

либо только события B, либо и события A и события B одновременно.

**Определение.** Событием, противоположным событию А, называют событие

(обозначение $\overbar{А}$ ), которому благоприятствуют все элементарные события, не

благоприятствующие событию А.

**Определение.** Произведением (пересечением) двух событий A и B называется событие (обозначение AB или A$∩$B), состоящее в совместном выполнении события A и события B .

**Прример 1.** Два ученика независимо друг от друга решают одну задачу. Пусть событие A 1– первый ученик решит задачу; событие A2 – второй ученик решит

задачу. Запишите события, состоящие в том, что:

а) оба ученика решат задачу;

б) хотя бы один из учеников решит задачу;

в) оба ученика не решат задачу;

г) только первый ученик решит задачу;

д) только один ученик решит задачу.

**Пример 2.** Пусть событие А – выигрыш по билету одной лотереи, событие В –

выигрыш по билету другой лотереи. Что означают события:

а) C = A$\overbar{B}$+ $\overbar{A}$B; б) D =A$\overbar{B }$+$\overbar{A}$B +AB?

**Определение**. События называют несовместными, если они не могут происходить одновременно в одном и том же испытании.

**Теорема**. Вероятность суммы двух несовместных событий А и В (появления

хотя бы одного события) равна сумме вероятностей этих событий:

P(A +B) = P (A)+P(B)

**Следствие.** Сумма вероятностей противоположных событий А и $\overbar{A}$ равна 1:

P(A)+P($\overbar{A}$) =1.

**Пример 3.** Зачет по стрельбе курсант сдаст, если получит оценку не ниже 4.

Какова вероятность сдачи зачета, если известно, что курсант получает за

стрельбу оценку 5 с вероятностью 0,3 и оценку 4 с вероятностью 0,6?

**Пример 4.** Вероятность того, что новый электрический чайник

прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше

двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше

двух лет, но больше года.

**Пример 5.** При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше чем на 0,01 мм,

равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь

диаметр меньше чем 67,99 мм или больше чем 68,01 мм.

**Пример 6**. Вероятность того, что на тесте по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

**Определение**. События называют совместными, если они могут происходить одновременно.

**Теорема**. Вероятность суммы двух совместных событий А и В (появления

хотя бы одного события) равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления, то есть **Р(A + B) =P(A) +P(B) -P(AB).**

Для случая трех совместных событий формула имеет вид:

**Р (А+ В + С) = Р (А) + Р (В) + Р (С) – Р (АВ) + Р (ВС) – Р (АС) + Р (АВС)**

**Определение.** Два случайных события называют независимыми, если наступление одного из них не изменяет вероятность наступления другого. В противном случае события называют зависимыми.

**Пример 7.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3.

Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

**Теорема.** Вероятность произведения (совместного появления)двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

P(AB) = Р (А) $∙$Р (В)

**Следствие.** Вероятность появления хотя бы одного события из n попарно независимых событий равна разности между 1 и произведением вероятностей событий, противоположных данным, т.е. Р (А) = 1 – Р($\overbar{А\_{1}}$)$∙$Р($\overbar{А\_{2}}$)$∙$…$∙$Р($\overbar{А\_{n}}$)

**Пример 8.** Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного

продукта по телевидению, равна 0,04. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу того же продукта на рекламном стенде, равна 0,06. Чему равна вероятность того, что:

а) потребитель увидит обе рекламы;

б) потребитель увидит хотя бы одну рекламу?

**Пример 9.** Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

**Пример 10**. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

***Задачи.***

**1**. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

**2**.Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

**3.**По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,93. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,94. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

**4**.Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,21. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

|  |  |
| --- | --- |
| **5**.На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшегопути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **6**.Павел Иванович совершает прогулку из точки А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Часть маршрутов приводит к поселкуS, другие – в поле F или болото М. Найдите вероятность того, что ПавелИванович забредет в болото. |  |

**7.**На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему

«Внешние углы», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

**8**.Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,96. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,55. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 15.

**9.**Школьнику надо сдать зачет по математике. В каждом билете – по два вопроса. Всего 25 билетов. Из них 5 билетов школьник вообще не учил. В каждом из оставшихся 20 билетов он хотя бы один вопрос выучил, причем в 18 билетах школьник выучил первый вопрос и в 15 билетах – второй вопрос. Школьник может получить удовлетворительную оценку, если вытащит такой билет, оба

вопроса которого он знает. Какова вероятность того, что школьник сдаст зачет,

если он первый тянет билет?

**10.**При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем – 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того,

чтобы вероятность уничтожения цели

была не менее 0,98?

|  |  |
| --- | --- |
| 11. Бревно плывет по течениюреки к устью. Река разделяется на рукава. При каждом разветвлении реки бревно с равными шансами может попасть в любой из образующихся рукавов. Найдите вероятность того, что бревно попадет в точку S  |  |