

# ТРИДЦАТЬ ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

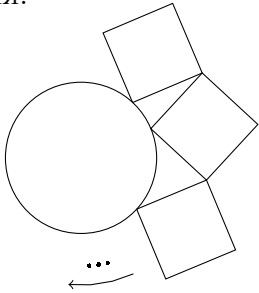
Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 18 октября 2009 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты).

---

баллы задачи

- 3 1. Можно ли квадрат разрезать на 9 квадратов и раскрасить их так, чтобы получились 1 белый, 3 серых и 5 черных квадратов, причем одноцветные квадраты были бы равны, а разноцветные квадраты — не равны?
- 4 2. Есть 40 гирек массой 1 г, 2 г, ..., 40 г. Из них выбрали 10 гирь четной массы и положили на левую чашу весов. Затем выбрали 10 гирь нечетной массы и положили на правую чашу весов. Весы оказались в равновесии. Докажите, что на какой-нибудь чаше есть две гири с разностью масс в 20 г.
- 4 3. На столе лежит картонный круг радиуса 5 см. Петя, пока возможно, прикладывает к кругу снаружи картонные квадраты со стороной 5 см так, чтобы выполнялись условия:  
1) у каждого квадрата одна вершина лежит на границе круга;  
2) квадраты не перекрываются;  
3) каждый следующий квадрат касается предыдущего вершиной к вершине.  
Определите, сколько квадратов может выложить Петя, и докажите, что последний и первый квадрат тоже коснутся вершинами.
- 
- 5 4. Семизначный код, состоящий из семи различных цифр, назовем хорошим. Паролем сейфа является хороший код. Известно, что сейф откроется, если введен хороший код и на каком-нибудь месте цифра кода совпала с соответствующей цифрой пароля. Можно ли гарантированно открыть сейф быстрее чем за 7 попыток?
- 5 5. На новом сайте зарегистрировалось 2000 человек. Каждый пригласил к себе в друзья по 1000 человек. Два человека объявляются друзьями тогда и только тогда, когда каждый из них пригласил другого в друзья. Какое наименьшее количество пар друзей могло образоваться?

# ТРИДЦАТЬ ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 18 октября 2009 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

1. Семизначный код, состоящий из семи различных цифр, назовем хорошим. Паролем сейфа является хороший код. Известно, что сейф откроется, если введен хороший код и на каком-нибудь месте цифра кода совпала с соответствующей цифрой пароля. Можно ли гарантированно открыть сейф быстрее чем за 7 попыток?  
4
2. В пространстве дана замкнутая шестизвенная ломаная  $ABCDEF$ , противоположные звенья которой параллельны ( $AB \parallel DE$ ,  $BC \parallel EF$  и  $CD \parallel FA$ ). При этом  $AB \neq DE$ . Докажите, что все звенья ломаной лежат в одной плоскости.  
4
3. Существуют ли такие натуральные числа  $a, b, c, d$ , что  
4
$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 100^{100}?$$
4. На сторонах правильного 2009-угольника отметили по точке. Эти точки являются вершинами 2009-угольника площади  $S$ . Каждую из отмеченных точек отразили относительно середины стороны, на которой эта точка лежит. Докажите, что 2009-угольник с вершинами в отраженных точках также имеет площадь  $S$ .  
4
5. В стране две столицы и несколько городов, некоторые из них соединены дорогами. Среди дорог есть платные. Известно, что на любом пути из южной столицы в северную имеется не меньше десяти платных дорог. Докажите, что все платные дороги можно раздать десяти компаниям так, чтобы на любом пути из южной столицы в северную имелись дороги каждой из компаний.  
5